Ultradźwiękowy sensor fali Love'a do jednoczesnego wyznaczania lepkości oraz gęstości cieczy

- Dr hab. Piotr Kiełczyński, prof. w IPPT PAN,
- Dr inż. Andrzej Balcerzak,
- Mgr inż. Marek Szalewski

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Zakład Teorii Ośrodków Ciągłych
Zespół Badawczy Akustoelektroniki

6 grudnia 2013 r., Warszawa, Polska.

PLAN SEMINARIUM

1. Wstęp
2. Zagadnienie Proste rozchodzenia się fal Love'a w falowodzie sprężystym obciążonym cieczą lepką
3. Zespolone równanie dyspersyjne
4. Zagadnienie Odwrotne dla fali Love'a rozchodzącej się w falowodzie sprężystym obciążonym cieczą lepką
5. Sformułowanie Zagadnienia Odwrotnego jako Problemu Optymalizacyjnego
6. Funkcje celu
7. Obliczenia numeryczne fala Love'a w falowodzie Cu na stali + ciecz lepka
8. Podsumowanie i Wnioski
9. Przyszłe prace

Tematyka prac (poza tematyką fali Love'a)

1. Modelowanie numeryczne procesów technologicznych wytwarzania układów scalonych VLSI (dyfuzja, implantacja, utlenianie)

2. Obliczanie pól temperatur w tranzystorach oraz w warstwowych przetwornikach piezoelektrycznych

3. Akustyczne wiązki o ograniczonej dyfrakcji (Besselowskie). Wyznaczanie pól akustycznych metodą odpowiedzi impulsowej

4. Akustyczna Skaningowa Mikroskopia Kontaktowa. Piezoelektryczny czujnik przemieszczenia (bimorf, monomorf)

5. Badanie właściwości fizycznych monowarstw Langmuira-Blodgetta. Prąd Maxwella.

6. Piezoceramiczne cylindryczne rezonatory akustyczne na fale poprzeczne objętościowe. Admitancja elektryczna rezonatora. Rezonatory wielowarstwowe.

7. Wyprowadzenie wzoru Kanazawy-Gordona dla rezonatorów cylindrycznych

8. Obrazowanie akustyczne (acoustical imaging). Przetworniki macierzowe (liniowe i kwadratowe). FFT oraz transformacja Hilberta

9. Badanie pod wysokim ciśnieniem właściwości fizykochemicznych cieczy. Fale podłużne, powierzchniowe fale Bleusteina-Gulyaeva. a) prędkość, b) gęstość, c) lepkość, d) międzycząsteczkowa droga swobodna, e) ściśliwość adiabatyczna i izotermiczna, f) współczynnik nieliniowości B/A

Rozpracowanie wielu tematów.

Znaczenie praktyczne jednoczesnego pomiaru lepkości i gęstości cieczy

A. Gęstość oraz lepkość są ważnymi parametrami fizykochemicznymi cieczy biorących udział w procesach technologicznych w przemyśle:
1) chemicznym, 2) spożywczym, 3) paliwowym oraz w 4) przemyśle tworzyw sztucznych.

B. Gęstość i lepkość cieczy powinny być monitorowane on-line w trakcie procesu technologicznego. Ma to wpływ na jakość produktu końcowego oraz efektywność procesów technologicznych.

C. W przemyśle tworzyw sztucznych niezbędny jest ciągły monitoring lepkości oraz gęstości stopionych polimerów w trudnych warunkach wysokiej temperatury (150 – 350 °C) oraz wysokiego ciśnienia (50 - 100 MPa). (Przetłaczanie, wtryskiwanie).

Stan wiedzy (State of the art)
(Jednoczesny pomiar lepkości i gęstości cieczy)

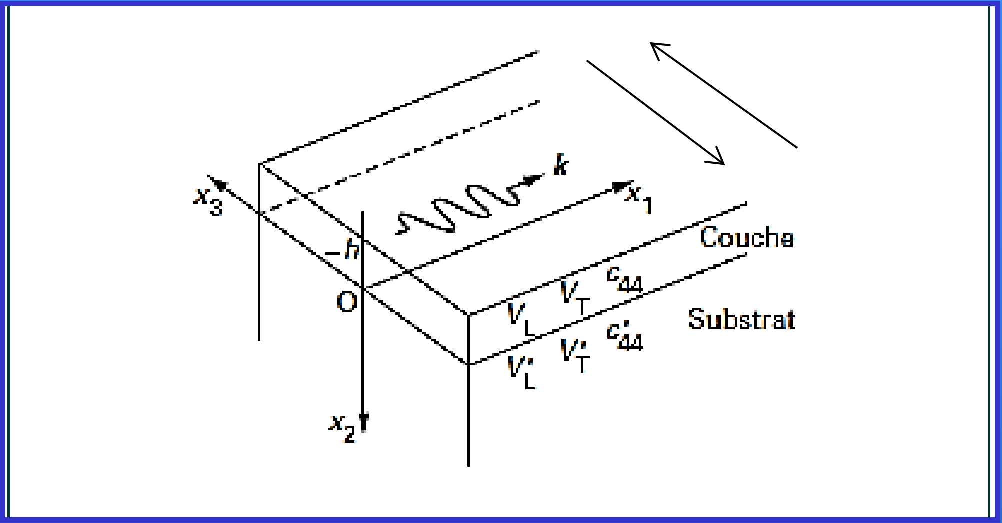
A. Pomiary porównawcze.
  1) 2 rezonatory płaskie (na fale poprzeczne), (Martin, 1993). Jeden rezonator ma pow. gładką, drugi rezonator ma pow. pofałdowaną (corrugated strips)
  2) 2 falowody na fale Love'a (Herman, 1999) – gładka pow. + ponacinana pow.
  3) 2 falowody o różnym przekroju, kołowym i kwadratowym (Kim, Bau, 1989).

B. Wykorzystanie drgającej beleczki (cantilever), (Riesch, 2008).
  Skomplikowany układ pomiarowy. Np. odczyt optyczny.

C. Wykorzystanie bardzo złożonych rezonatorów (Jakoby, 2010)
  1) rezonatory 2 membranowe + pole magnetyczne
  2) Elektromagnetyczne rezonatory akustyczne + pole magnetyczne (electromagnetic – acoustic rezonators)
  Siła Lorentza + odczyt elektromagnetyczny

Fale Love'a :

- Przemieszczenie mechaniczne. (Fale dyspersyjne)
- Zakres częstotliwości od 0.001 Hz do 1 GHz



Poprzeczna fala powierzchniowa nie istnieje w jednorodnej półprzestrzeni sprężystej

Rys.1

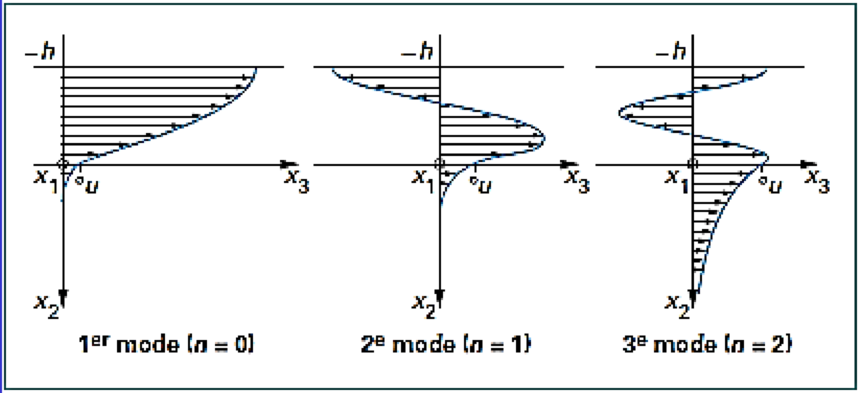
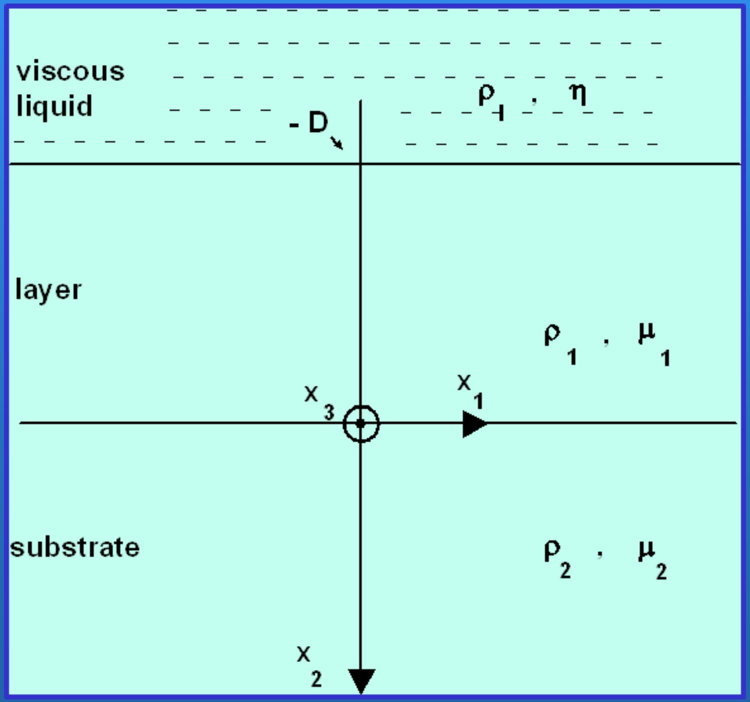


Figure 17 – Onde de Love : amplitude du déplacement en fonction de la profondeur pour le couple silice/silicium

Rys.2

Zagadnienie Proste dla fali Love'a

- Zagadnienie Proste dla fali Love'a rozchodzącej się w warstwowym falowodzie sprężystym pokrytym na powierzchni cieczą lepką polega na wyznaczeniu prędkości fazowej oraz tłumienia fali znając wszystkie parametry materiałowe falowodu oraz cieczy dla ustalonej częstotliwości.



Parametry materiałowe

Prędkość i tłumienie fali

Rys.3 Falowód fali Love'a pokryty cieczą lepką

Założenia:

1. Rozpatrujemy pierwszy mod (rodzaj drgań) fal Love'a

2. Podłoże i warstwa są ośrodkami:
   sprężystymi, izotropowymi, jednorodnymi
   oraz bezstratnymi

3. Powierzchnia falowodu obciążona jest nieściśliwą
   cieczą Newtonowską (lepką)

4. Brak zmienności wzdłuż osi x_3

5. Równanie Naviera-Stokesa jest zlinearyzowane

6. Straty wprowadza tylko obecność cieczy

Model Matematyczny:

Poszukujemy następującą postać przemieszczenia fali Love'a :

$$\boxed{u_3(x_1, x_2, t) = f(x_2) \cdot exp[j(k \cdot x_1 - \omega t)]} \qquad (1)$$

$\boxed{k = k_0 + j\alpha}$ = Zespolona liczba falowa fali Love'a

Równania ruchu:

a) w ciałach stałych = równanie ruchu ciała sprężystego

b) w cieczy = równanie Naviera-Stokesa

Warunki brzegowe (na granicach ośrodków):

a) ciągłość przemieszczeń
b) ciągłość naprężeń ścinających

Model Matematyczny: Równania różniczkowe (ruchu)

W cieczy lepkiej (równanie Naviera-Stokesa) :

$$\frac{\partial v_3}{\partial t} - \frac{\eta}{\rho_l}\left(\boldsymbol{\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right) v_3 = 0 \qquad (2)$$

W warstwie powierzchniowej :

$$\frac{1}{v_1^2}\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = \left(\boldsymbol{\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right) u_3 \qquad (3)$$

W podłożu:

$$\frac{1}{v_2^2}\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right) u_3 \qquad (4)$$

Rozwiązania równań ruchu dla fali Love'a przyjmują postać:

W obszarze warstwy powierzchniowej: $(0 > x_2 > -D)$

Przemieszczenie mechaniczne fali: $u_3^{(1)} = W(x_2) \cdot exp[j(k \cdot x_1 - \omega t)]$ (5)

$$W''(x_2) - (k_1^2 - k_0^2) \cdot W(x_2) = 0 \quad (6)$$

Postulujemy rozwiązanie w postaci: $W(x_2) = C_1 \cdot \sin(q \cdot x_2) + C_2 \cdot \cos(q \cdot x_2)$ (7)

gdzie: $q = (k_1^2 - k^2)^{1/2}$ $k_1 = \frac{\omega}{v_1}$; C_1 oraz C_2 są to dowolne stałe

Składowa naprężenia:

$$\tau_{23}^{(1)} = \mu_1 \frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_2} = [C_1 \cdot \mu_1 \cdot q \cdot \cos(q \cdot x_2) - C_2 \cdot \mu_1 . q \cdot \sin(q \cdot x_2)] \cdot exp[j(kx_1 - \omega t)]$$

(8)

W podłożu: $(x_2 > 0)$

Przemieszczenie mechaniczne fali: $\boxed{u_3^{(2)} = U(x_2) \cdot exp[j(k \cdot x_1 - \omega t)]}$ (9)

$$\boxed{U''(x_2) - (k^2 - k_2^2) \cdot U(x_2) = 0} \quad (10)$$

$$\boxed{U(x_2) = C_3 \cdot exp(-b \cdot x_2)} \quad (11)$$

gdzie: $b = (k^2 - k_2^2)^{1/2}$ $k_2 = \frac{\omega}{v_2}$ $Re(b) > 0$

C_3 jest dowolną stałą

Składowa naprężenia:

$$\boxed{\tau_{23}^{(2)} = \mu_2 \frac{\partial u_3^{(2)}}{\partial x_2} = C_3 \mu_2 (-b) \cdot exp(-b \cdot x_2) \cdot exp[j(kx_1 - \omega t)]} \quad (12)$$

W obszarze cieczy lepkiej: $(x_2 < -D)$

Prędkość drgań

$$v_3 = V(x_2) \cdot exp[j(k \cdot x_1 - \omega t)] \qquad (13)$$

$$V''(x_2) - \left(k^2 - j\omega \frac{\rho_l}{\eta}\right) \cdot V(x_2) = 0 \qquad (14)$$

$$V(x_2) = C_4 \cdot exp(\lambda_1 \cdot x_2)$$

gdzie: $\lambda_1 = \left(k^2 - j\omega \frac{\rho_l}{\eta}\right)^{1/2}$ $Re(\lambda_1) > 0$ C_4 jest dowolną stałą

Składowa naprężenia:

$$\tau_{23}^{(l)} = \eta \frac{\partial v_3}{\partial x_2} = C_4 \cdot \eta \cdot \lambda_1 \cdot exp(\lambda_1 \cdot x_2) \cdot exp[j(kx_1 - \omega t)] \qquad (15)$$

Warunki brzegowe

1. Ciągłość przemieszczenia mechanicznego oraz naprężenia τ_{23} na granicy ciecz – sprężysta warstwa powierzchniowa: $(x_2 = -D)$

$$\left.\frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial t}\right|_{x_2=-D} = \left.v_3\right|_{x_2=-D} \qquad (16)$$

$$\left.\tau_{23}^{(1)}\right|_{x_2=-D} = \left.\tau_{23}^{(l)}\right|_{x_2=-D} \qquad (17)$$

2. Ciągłość przemieszczenia mechanicznego oraz naprężenia τ_{23} na granicy pomiędzy warstwą powierzchniową a podłożem: $(x_2 = 0)$

$$\left.u_3^{(1)}\right|_{x_2=0} = \left.u_3^{(2)}\right|_{x_2=0} \qquad (18)$$

$$\left.\tau_{23}^{(1)}\right|_{x_2=0} = \left.\tau_{23}^{(2)}\right|_{x_2=0} \qquad (19)$$

Zespolone równanie dyspersyjne Postać analityczna

$$\sin(qD)\cdot\{(\mu_1)^2\cdot q^2+\mu_2\cdot b\cdot\lambda_1\cdot j\omega\eta\}-\cos(qD)\cdot\{\mu_1\cdot\mu_2\cdot b\cdot q-\mu_1\cdot q\cdot\lambda_1\cdot j\omega\eta\}=0 \tag{20}$$

Wielkości q, b oraz λ_1 są zespolone

$$q=(k_1^2-k^2)^{1/2} \quad ; \quad b=(k^2-k_2^2)^{1/2} \quad ; \quad \lambda_1=\left(k^2-j\omega\frac{\rho_l}{\eta}\right)^{1/2} \quad ; \quad k=k_0+j\alpha$$

Równanie (20) składa się z dwóch równań: 1) Re(1) = 0
2) Im(1) = 0

Po rozseparowaniu części rzeczywistej i urojonej równania dyspersyjnego (22) otrzymujemy:

$$\boxed{A(\mu_1,\ \rho_1, \mu_2,\ \rho_2, \eta, \rho_l, D, \omega;\ k_0, \alpha) = 0} \qquad (21)$$

$$\boxed{B(\mu_1,\ \rho_1, \mu_2,\ \rho_2, \eta, \rho_l, D, \omega;\ k_0, \alpha) = 0} \qquad (22)$$

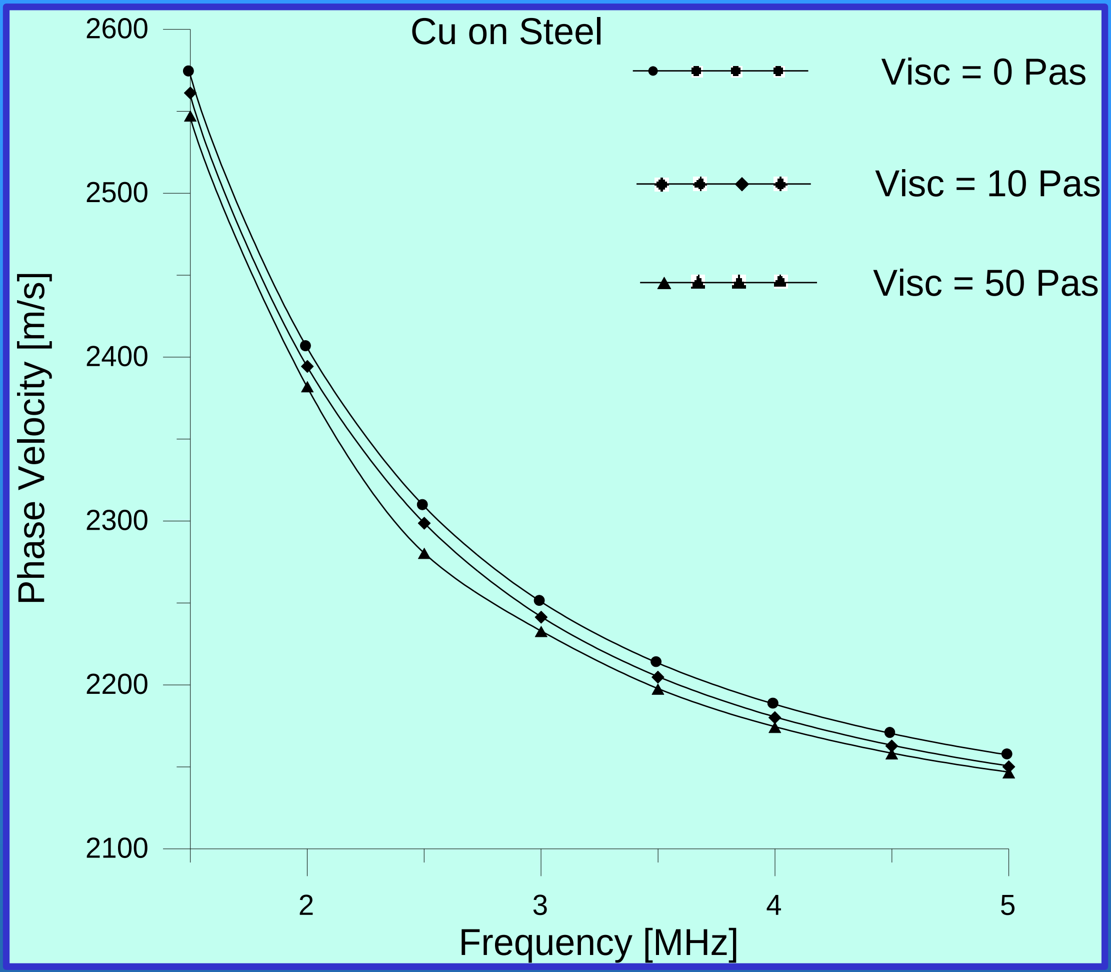
Wielkości: $\mu_1,\ \rho_1, \mu_2,\ \rho_2, \eta, \rho_l, D, \omega$ są parametrami

Jest to układ (21-22) dwóch nieliniowych równań algebraicznych, w których niewiadomymi są: k_0 oraz α.

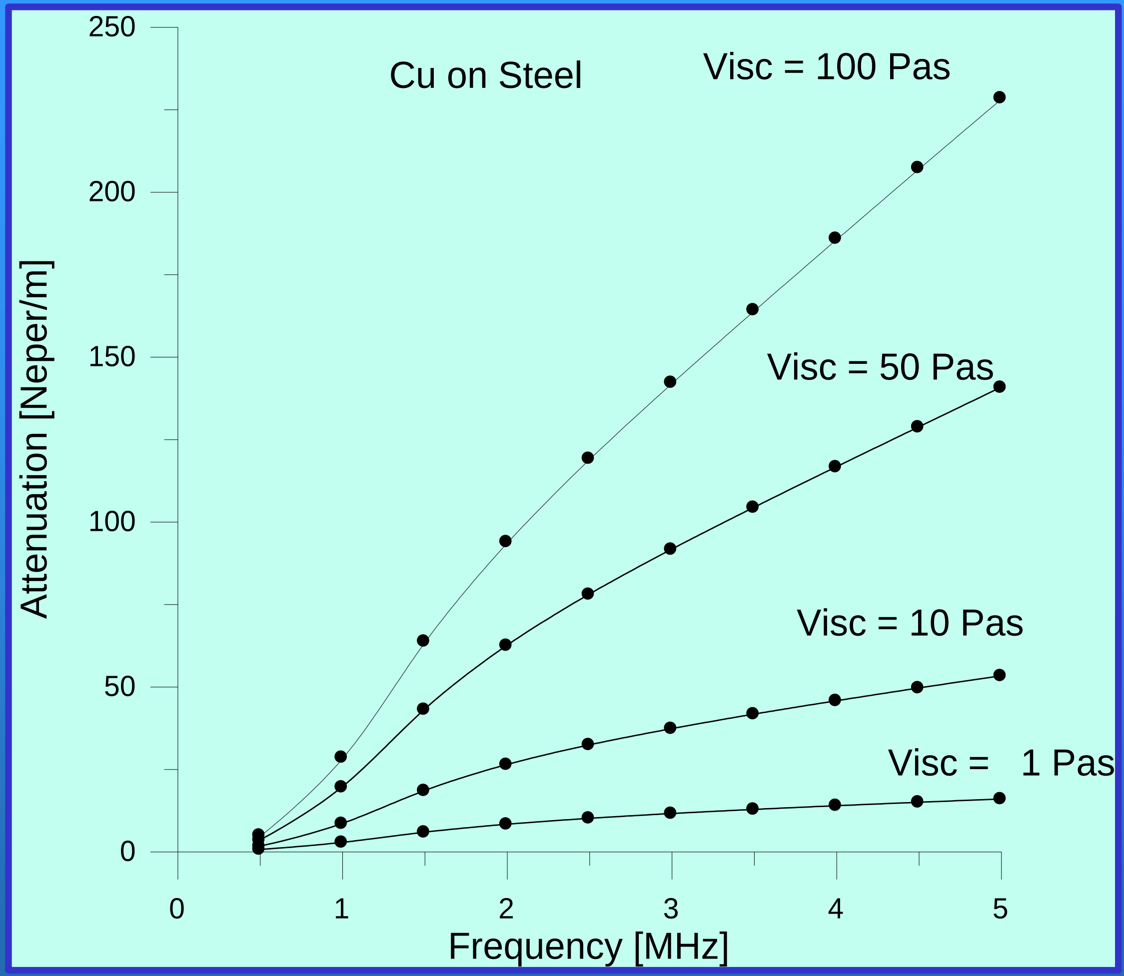
$v = \omega/k_0$ - prędkość fazowa fali Love'a

α - tłumienie fali Love'a w Np/m

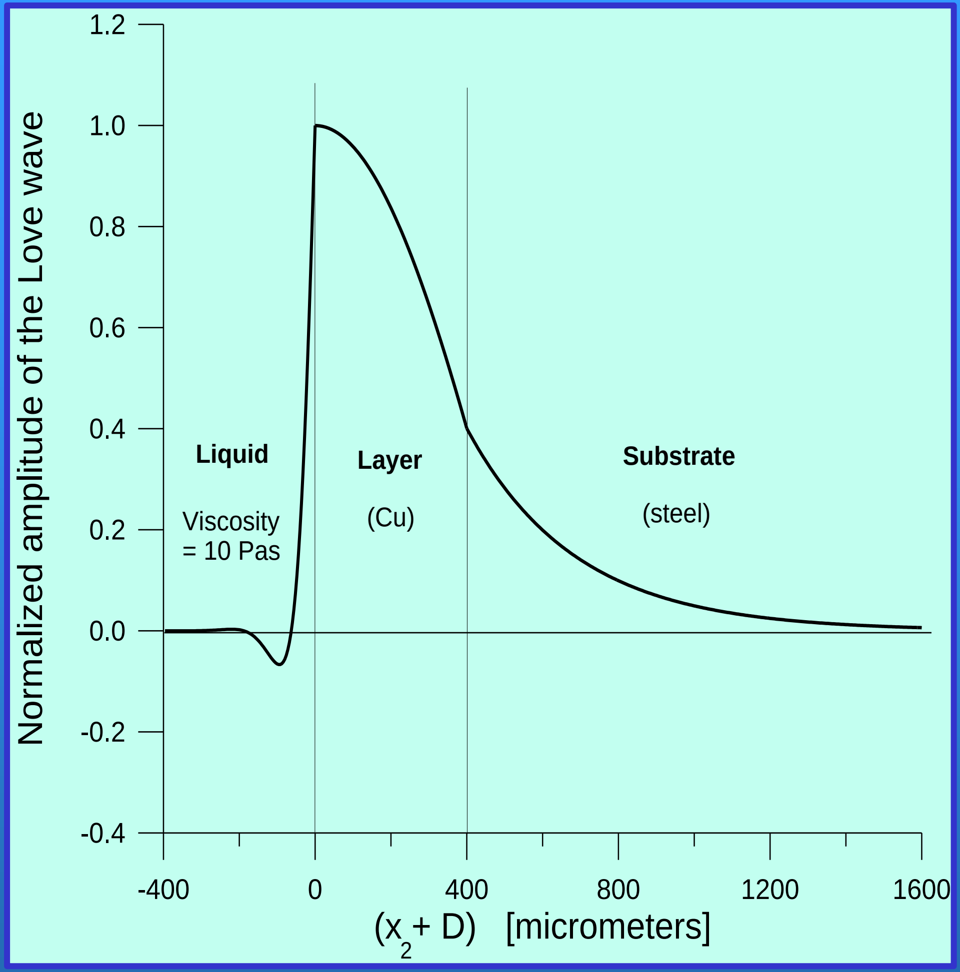
Metoda Newtona: Program MATHCAD oraz SCILAB



Rys.4. Prędkość fazowa fali Love'a w funkcji częstotliwości. η = const.



- Rys.5. Tłumienie fali Love'a w funkcji częstotliwości. η = const.



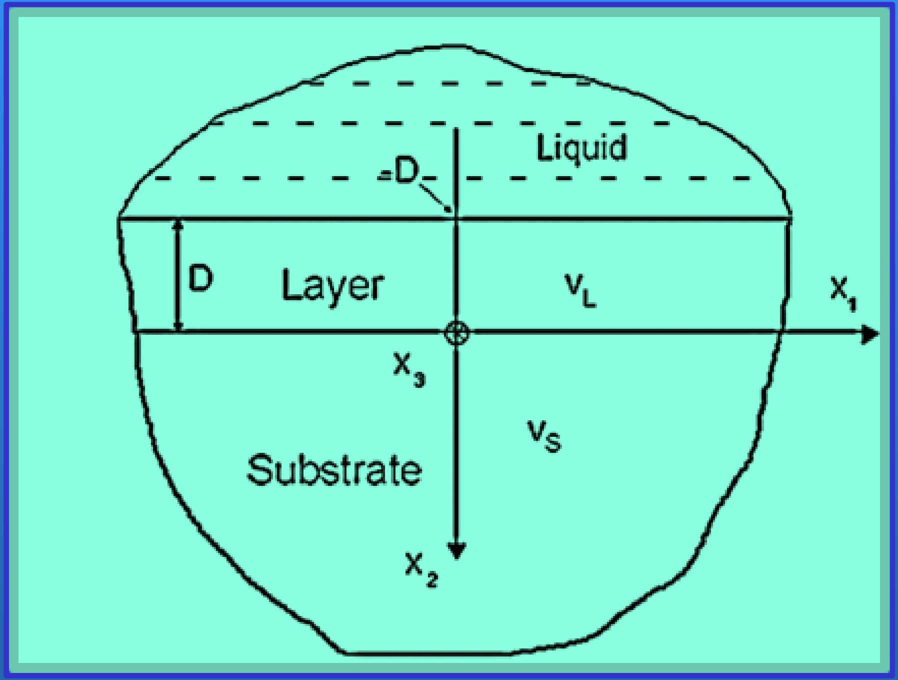
$$\delta = (2\eta/\omega\rho_l)^{1/2}$$

Głębokość wnikania do cieczy

- Rys.6. Część rzeczywista przemieszczenia mechanicznego fali Love'a w funkcji głębokości dla falowodu Cu na stali obciążonego cieczą o lepkości η = 10 Pas, $\delta = 50\ \mu m$.

Zagadnienie Odwrotne dla fali Love'a

- Zagadnienie odwrotne polega na wyznaczeniu nieznanych parametrów materiałowych (np. lepkości cieczy) ze znajomości zmierzonych krzywych dyspersji prędkości fazowej i tłumienia powierzchniowych fal Love'a rozchodzących się w rozpatrywanym falowodzie.



Krzywe dyspersji

Parametry materiałowe

Rys.7. Falowód fali Love'a pokryty cieczą lepką

- W tej pracy Zagadnienie Odwrotne sformułowano oraz rozwiązano jako zagadnienie optymalizacyjne z odpowiednio sformułowaną funkcją celu

Kroki w Postępowaniu Odwrotnym

Aby rozwiązać Zagadnienie Odwrotne należy wykonać następujące 3 kroki:

1) Sformułowanie i rozwiązanie Zagadnienia Prostego

2) Przeprowadzenie eksperymentu (numerycznego). Dane syntetyczne. Pomiar krzywych dyspersji fal Love'a

3) Sformułowanie i rozwiązanie Zagadnienia Odwrotnego:
   a) Zagadnienie odwrotne formułujemy jako Zagadnienie Optymalizacyjne
   b) określenie funkcji celu $\Pi_1(\eta)$ $oraz$ $\Pi_2(\eta, \rho_l)$
   c) zastosowanie procedury minimalizacyjnej

Funkcje celu

Funkcja celu: $\Pi_1(\eta)$. Wyznaczanie tylko lepkości cieczy.

$$\Pi_1(\eta) = \sum_{j=1}^{N_e} \left\{ \left(\frac{v_j^m - v_j^c(\eta)}{v_j^m} \right)^2 + \left(\frac{\propto_j^m - \propto_j^c(\eta)}{\propto_j^m} \right)^2 \right\} \tag{23}$$

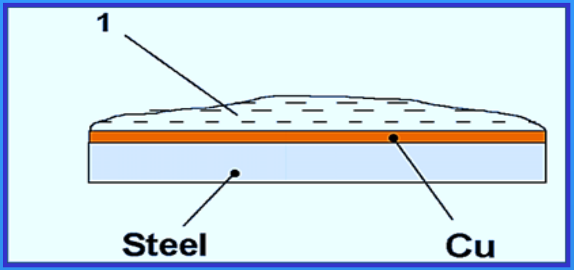
Funkcja celu: $\Pi_2(\eta, \rho_l)$. Jednoczesne wyznaczanie lepkości i gęstości cieczy.

$$\Pi_2(\eta, \rho_l) = \sum_{j=1}^{N_e} \left\{ \left(\frac{v_j^m - v_j^c(\eta, \rho_l)}{v_j^m} \right)^2 + \left(\frac{\propto_j^m - \propto_j^c(\eta, \rho_l)}{\propto_j^m} \right)^2 \right\} \tag{24}$$

Aby zminimalizować funkcje celu zastosowano procedury optymalizacyjne typu Neldera-Meada (downhill nonlinear simplex)

Obliczenia numeryczne

Falowód Cu na stali



Dane materiałowe

Dla miedzi (Cu)

$\mu_1 = 3.91 \cdot 10^{10} \quad N/m^2$

$\rho_1 = 8.9 \cdot 10^3 \ kg/m^3$

$v_1 = (\mu_1/\rho_1)^{1/2} = 2096 \ m/s$

Dla stali

$\mu_2 = 8.02 \cdot 10^{10} \quad N/m^2$

$\rho_2 = 7.8 \cdot 10^3 \ kg/m^3$

$v_2 = (\mu_2/\rho_2)^{1/2} = 3206.5 \ m/s$

Grubość D = 0.4 mm

Gęstość cieczy = $1.0 \cdot 10^3 \ kg/m^3$;

Program Mathcad oraz Scilab

Dane Syntetyczne (Eksperyment Numeryczny)

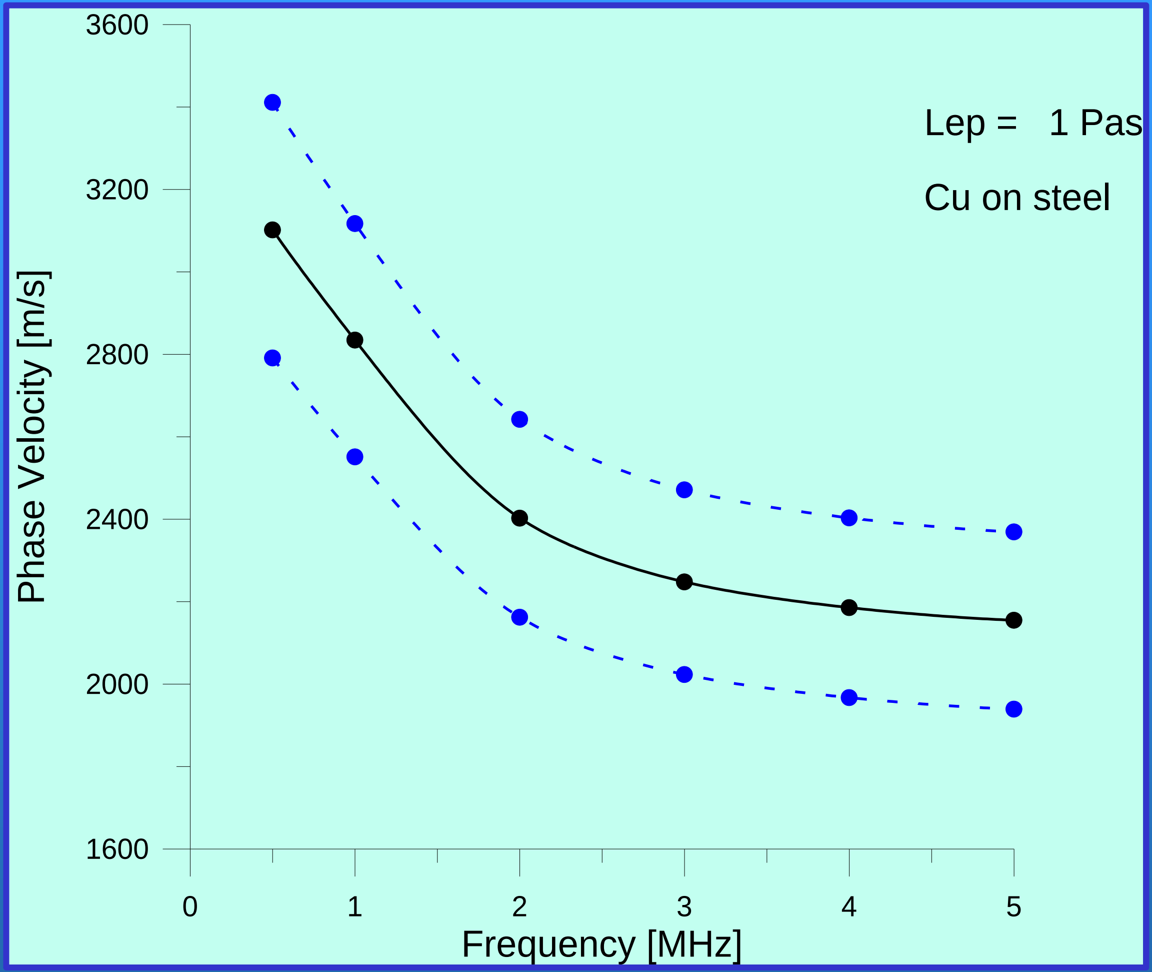
- Krzywe dyspersji prędkości fazowej oraz tłumienia fali Love'a wyznaczono numerycznie dla lepkości cieczy $\eta = 1\ Pas$.

- Krzywe te traktujemy jako krzywe dokładne.

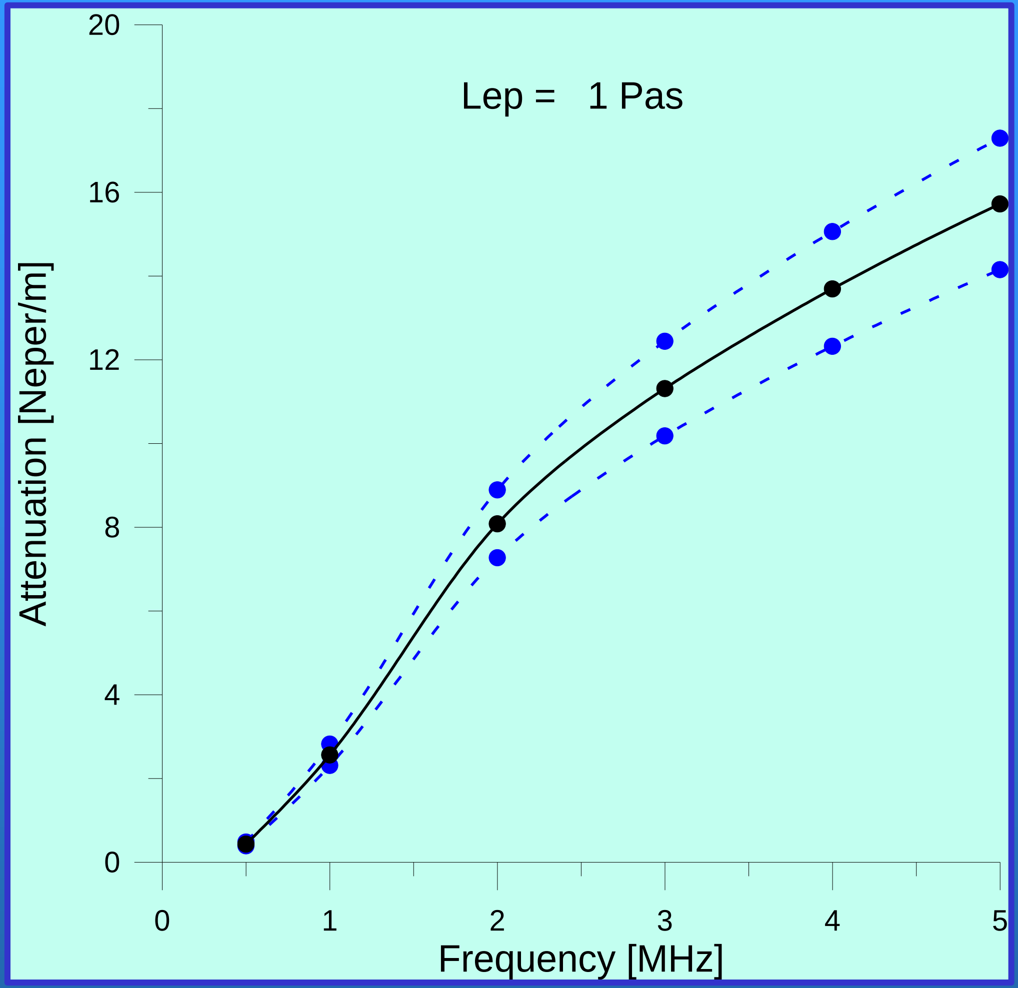
- Następnie dodajemy do tych krzywych błąd przypadkowy.
- Otrzymane w ten sposób krzywe traktujemy jako krzywe eksperymentalne.

- Krzywe dyspersji obliczono dla 6 wartości częstotliwości.

- $f = 0.5\ MHz, 1\ MHz, 2.0\ MHz, 3.0\ MHz, 4.0\ MHz\ oraz\ 5\ MHz$.



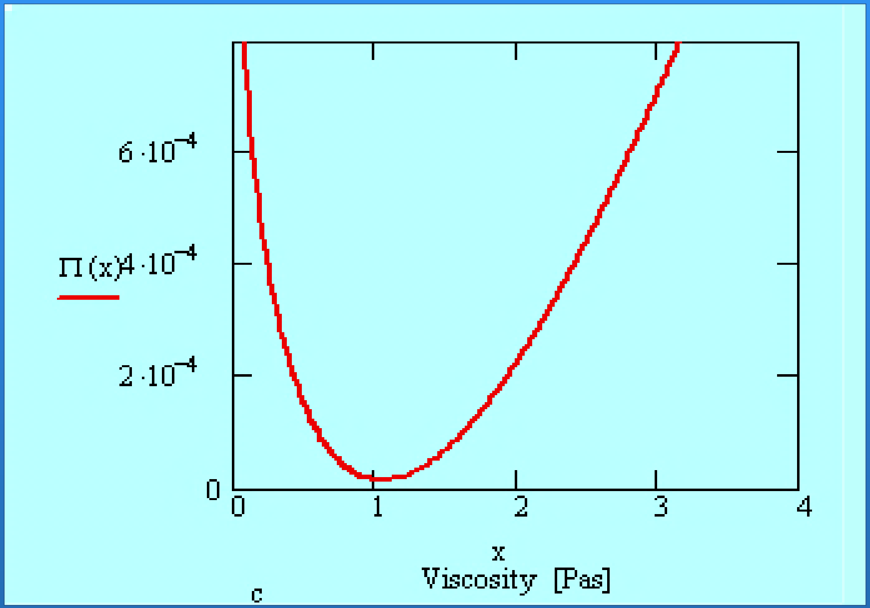
Rys.8. Dokładna krzywa dyspersji prędkości + błąd przypadkowy $\pm 10\%$



Rys.9. Dokładna krzywa dyspersji tłumienia fali Love’a + błąd przypadkowy $\pm 10\%$

Wyniki obliczeń numerycznych

- Zastosowano procedury optymalizacyjne do wyznaczenia minimum funkcji celu $\Pi_1(\eta)$ oraz $\Pi_2(\eta, \rho_l)$



- Rys.10. Zależność funkcji celu $\Pi_1(\eta)$ od lepkości cieczy η dla wartości maksymalnego błędu przypadkowego = 1%

Wyniki obliczeń numerycznych

- Minimalizacja funkcji celu $\Pi_1(\eta)$ prowadzi do następujących wartości nieznanej lepkości cieczy:

Random error	1%	2%	5%	10%
Relative error (η) [%]	0.15	0.35	0.64	2.12
Average value (η)	1.00012	0.99925	1.00279	0.99058
Error (η) [%]	0.0123	0.0743	0.2797	0.9417

- Tabela I. Lepkość cieczy określona z Metody Odwrotnej. Maksymalny błąd przypadkowy (maximal random error) = $\pm(1-10)\%$.

  Wartość średnia obliczona jest z 10 kolejnych wyznaczonych z Metody Odwrotnej wartości lepkości cieczy.

  Bardzo duża dokładność (ważna przy pomiarach ciekłych kryształów).

$$\text{Błąd względny} = \left\{\frac{|\eta_1^{calc}-\eta^{exact}|}{|\eta^{exact}|}+\frac{|\eta_2^{calc}-\eta^{exact}|}{|\eta^{exact}|}+\ \dots+\frac{|\eta_{N_e}^{calc}-\eta^{exact}|}{|\eta^{exact}|}\right\}/N_e \qquad (25)$$

Wyniki obliczeń numerycznych

- Jednoczesne wyznaczenie lepkości η oraz gęstości cieczy ρ_l. Minimalizacja funkcji celu $\Pi_2(\eta, \rho_l)$ prowadzi do następującej wartości nieznanej lepkości η oraz gęstości cieczy ρ_l.

Random error	**0.1%**	**1%**	**5%**	**10%**
Relative error (η) **[%]**	1.38	5.56	12.27	18.47
Average value (η)	0.99189	0.9694	0.9556	0.9516
Error(η) **[%]**	0.8108	3.0500	4.4364	4.8310
Relative error (ρ_l) **[%]**	1.41	5.92	13.96	19.94
Average value (ρ_l)	1008.34	1036.30	1060.71	1086.39
Error (ρ_l) **[%]**	0.8342	3.6300	6.0711	8.6394

- Tabela II. Lepkość i gęstość cieczy określone jednocześnie z Metody Odwrotnej. Maksymalny błąd przypadkowy (maximal random error) = $\pm(0.1 - 10)\%$.
- Błąd względny lepkości – 2-gi wiersz.
- Błąd względny gęstości – 5-ty wiersz.

Podsumowanie

- Sformułowano i rozwiązano Zagadnienie Proste dotyczące rozchodzenia się fali Love'a w falowodzie sprężystym obciążonym na powierzchni cieczą lepką

- Wyprowadzono wzór analityczny na zespolone równanie dyspersyjne dla fali Love'a rozchodzącej się w rozpatrywanej strukturze

- Sformułowano i rozwiązano Zagadnienie Odwrotne

- Skonstruowano odpowiednie funkcje celu $\Pi_1(\eta)$ oraz $\Pi_2(\eta, \rho_l)$

- Zagadnienie Odwrotne sformułowano i rozwiązano jako Zagadnienie Optymalizacyjne. Zastosowano procedury optymalizacyjne typu Neldera-Meada

- Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla fal Love'a rozchodzących się w falowodzie miedź na stali + ciecz lepka

Wnioski

- Opracowano nową Metodę Odwrotną do jednoczesnego wyznaczania lepkości η oraz gęstości ρ_l cieczy korzystając z krzywych dyspersji prędkości oraz tłumienia powierzchniowej fali Love'a

- Wyniki badań pokazują, że fale Love'a mogą być z powodzeniem wykorzystane do pomiarów nieznanej lepkości oraz gęstości cieczy

- Otrzymane wyniki badań mogą znaleźć zastosowanie w projektowaniu oraz konstrukcji sensorów lepkości oraz gęstości cieczy procesowych w przemyśle:
  chemicznym, spożywczym, paliwowym oraz w przemyśle tworzyw sztucznych (stopione polimery - $\mathrm{temp} = 150 - 350\ ℃\,;\ ciśn = 50 - 100\ MPa$)

Przyszłe Prace

- Zagadnienie Odwrotne

- Wyznaczanie parametrów reologicznych cieczy lepkosprężystych
  $G = \mu + j\eta$

- Wyznaczanie profili właściwości sprężystych w materiałach gradientowych (Functionally Graded Materials – FGM)

- Zastosowanie procedur optymalizacyjnych:
- Symulowane Wygrzewanie
- Algorytmy Genetyczne
- Algorytmy Ewolucyjne

Spis Literatury

1. P. Kiełczyński, M. Szalewski, A. Balcerzak, „Effect of a viscous liquid loading on Love wave propagation", International Journal of Solids and Structures, 49 (2012) , 2314-2319.
2. Kim, J.O., Bau, H.H., 1989. Instrument for simultaneous measurement of density and viscosity. Review of Scientific Instruments 60, 1111-1115.
3. Herrmann, F., Hahn, D., Buttgenbach, S., „1999. Separate determination of liquid density and viscosity with sagittally corrugated Love-mode sensors", Sensors and Actuators A 78, 99-107
4. B. Jakoby et. al., „Miniaturized sensors for the viscosity and density of liquids – performance and issues", IEEE Trans on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, Vol. 57, No 1, pp. 111- 120, 2010.
5. F.L. Guo, G.Q. Wang, G.A. Rogerson, „Inverse determination of liquid viscosity by means of the Bleustein-Gulyaev wave", International Journal of Solids and Structures, 49 (2012) 2115-2120.
6. Du J.K., Xian K., Yong Y.K., „SH-SAW propagation in layered functionally graded piezoelectric material structures loaded with viscous liquid", Acta Mechanica, 212 (2010), pp. 271-281.
7. G.R. Liu and X. Han, *Computational inverse techniques in nondestructive evaluation*, CRC Press, London, 2003, Ch.4.